

Trasformazioni spaziali

1 Trasformazioni spaziali

Mentre gli operatori puntuali lavorano sulla distribuzione dei livelli di grigio (contrasto, ecc.), le **trasformazioni spaziali** operano sulla **frequenza spaziale**. Quest'ultima può essere definita in due modi equivalenti:

- la differenza tra il valore più alto e il più basso in un certo intorno;
- il numero di cambiamenti del valore di intensità nell'unità di distanza.

Una frequenza nulla corrisponde a un'area omogenea dell'immagine, mentre una frequenza elevata indica una discontinuità.

2 Operatori locali

Le trasformazioni spaziali possono essere realizzate mediante **operatori locali**, che lavorano su un pixel e il suo intorno (N):

$$s = T(r, N(r))$$

Siccome le trasformazioni spaziali operano sulle frequenze, questi operatori considerano i cambiamenti di valori di grigio nell'intorno di ciascun pixel, e non l'intensità dei singoli pixel (come fanno invece gli operatori puntuali). In particolare, essi “premono” certe frequenze e ne “penalizzano” (tagliano) altre. Perciò, sono chiamati anche **filtri** (ad esempio, un filtro *passa basso* enfatizza, “lascia passare”, le basse frequenze, mentre un filtro *passa alto* mette in evidenza le alte frequenze).

3 Immagine come somma di componenti

Le trasformazioni spaziali si basano sull'idea che il segnale immagine sia una somma di componenti spaziali con frequenze diverse,

$$F(x, y) = LP(x, y) + HP(x, y)$$

dove LP (*low pass*) indica un filtro passa basso e HP (*high pass*) indica un filtro passa alto.

- Un'immagine esistente si può *decomporre* in una somma di componenti, che è il processo alla base dei filtri.
- Facendo il processo inverso, si possono *sovrapporre* più componenti per sintetizzare un'immagine.

4 Finestra viaggiante

Un operatore locale si applica muovendo una **finestra viaggiante** (detta anche *finestra mobile*, *maschera*, *template*, *kernel*) nell'immagine, pixel dopo pixel. Per la maggior parte degli operatori, la finestra contiene dei coefficienti, che caratterizzano la trasformazione. A ogni posizione, il risultato dell'operatore viene calcolato combinando i valori di grigio dell'immagine sottesi alla finestra con i coefficienti della finestra stessa.

Siccome la finestra deve considerare sempre un intorno dell'immagine originale, e non uno già (parzialmente) alterato dall'applicazione dell'operatore sui pixel circostanti, bisogna mantenere separatamente in memoria l'immagine di input e quella di output.

5 Filtri lineari - convolutivi

Per gli operatori di questa categoria, la finestra mobile definisce una matrice di coefficienti, che vengono

1. moltiplicati ai valori di grigio dell'immagine originale sottesi alla finestra
2. sommati

per calcolare il nuovo valore del pixel centrale.

La formula generale di questi operatori è

$$g(x, y) = \sum_{s=-a}^a \sum_{t=-b}^b w(s, t) f(x + s, y + t)$$

dove w sono i coefficienti e f sono i valori dell'immagine di input. Ad esempio, con una finestra 3×3 (cioè con $a = b = 1$),

- i coefficienti sono disposti nella finestra nel modo seguente:

$w(-1,-1)$	$w(-1,0)$	$w(-1,1)$
$w(0,-1)$	$w(0,0)$	$w(0,1)$
$w(1,-1)$	$w(1,0)$	$w(1,1)$

- i valori dell'immagine sottesi alla finestra sono:

$f(x-1,y-1)$	$f(x-1,y)$	$f(x-1,y+1)$
$f(x,y-1)$	$f(x,y)$	$f(x,y+1)$
$f(x+1,y-1)$	$f(x+1,y)$	$f(x+1,y+1)$

Questa è una forma discreta dell'operazione matematica di *convoluzione*, che nel continuo è basata sulla doppia integrazione.

La dimensione della finestra è $m \times n$, con $m = 2a + 1$ e $n = 2b + 1$: essa deve avere un numero dispari di righe e colonne, perché è centrata sul pixel da elaborare, ma se avesse un numero pari di righe e/o colonne non esisterebbe un singolo pixel centrale.

Indicando con w_i ciascun coefficiente e con z_i il valore del pixel nella posizione corrispondente, la formula può essere scritta con una notazione più semplice:

$$R = \sum_{i=1}^{mn} w_i z_i$$

6 Bordi dell'immagine

Data una maschera $n \times n$, la sua riga/colonna esterna coincide con il bordo (riga/colonna esterna) dell'immagine quando il centro di tale maschera è a distanza $\frac{n-1}{2}$ dal bordo. Se ci si sposta ulteriormente verso l'esterno, parte della finestra esce dall'immagine.

Questa situazione può essere gestita in tre modi diversi:

1. limitare il movimento della maschera, mantenendola a una distanza minima di $\frac{n-1}{2}$ dai bordi;
2. duplicare le righe/colonne esterne dell'immagine;
3. ampliare l'immagine con righe/colonne di zeri.

La soluzione 1 dà risultati affidabili, ma produce un'immagine di dimensione diversa dall'originale. Le soluzioni 2 e 3, invece, danno risultati non esattamente autentici in prossimità dei bordi, ma sono spesso convenienti perché permettono di ottenere un'immagine di output con le stesse dimensioni di quella di input.