Azzolini Riccardo 2019-10-30

Operatori di sharpening

1 Unsharp masking e high boosting

Oltre agli operatori derivativi, esiste un'altra categoria di filtri di sharpening, basati sull'uso diretto dell'idea che un'immagine sia frutto del contributo di basse e alte frequenze:

$$f(x, y) = \text{passa-alto}(x, y) + \text{passa-basso}(x, y)$$

Infatti, è possibile ottenere un effetto passa-alto sottraendo all'immagine i contributi delle basse frequenze,

$$\text{passa-alto}(x, y) = f(x, y) - \text{passa-basso}(x, y)$$

che si ricavano mediante un operatore di smoothing.

Si definisce così il filtro **unsharp masking** (letteralmente "mascheramento di ciò che non è sharp"), che estrae una *unsharp mask* $g(x, y)$, contenente solo i contributi delle alte frequenze, mediante la sottrazione

$$g(x, y) = f(x, y) - f_{\text{smoothed}}(x, y)$$

e le somma all'immagine originale per ottenere l'immagine sharpened:

$$f_{\text{sharp}}(x, y) = f(x, y) + g(x, y)$$

Esiste anche una versione generalizzata dell'unsharp masking, chiamata **high boosting**, che permette di enfatizzare l'effetto di sharpening, moltiplicando il contributo $g(x, y)$ delle alte frequenze per una costante K ($K = 1$ corrisponde all'unsharp masking):

$$f_{\text{sharp}}(x, y) = f(x, y) + Kg(x, y)$$

Siccome nella unsharp mask $g(x, y)$ sono presenti valori negativi, è necessario calibrare K in modo da evitare la formazione di valori negativi anche nell'immagine finale.

2 Derivata prima

Gli operatori di sharpening basati sulla derivata prima sono formulati a partire dal **gradiente**:

$$\nabla f = \begin{bmatrix} G_x \\ G_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial f}{\partial x} \\ \dfrac{\partial f}{\partial y} \end{bmatrix}$$

Esso è un vettore che punta nella direzione di "massima pendenza" dell'immagine. Per lo sharpening si considera solo il modulo del gradiente,

$$|\nabla f| = \sqrt{G_x^2 + G_y^2}$$

che indica l'intensità della discontinuità, mentre la direzione è utile per l'estrazione dei contorni (se il gradiente è calcolato in corrispondenza di un contorno, quest'ultimo è perpendicolare al vettore risultante).

2.1 Approssimazione discreta

Come nel caso della derivata seconda, è necessario definire un'approssimazione discreta del modulo del gradiente che sia isotropa, cioè che enfatizzi le discontinuità indipendentemente dalla loro direzione.

Per prima cosa, si semplifica la formula del modulo del gradiente mediante un'approssimazione:

$$|\nabla f| = \sqrt{G_x^2 + G_y^2} \quad \longrightarrow \quad |\nabla f| \approx |G_x| + |G_y|$$

Bisogna poi ricavare *due maschere* che calcolino, rispettivamente, G_x e G_y: i valori assoluti presenti nella formula non permettono l'uso di una singola maschera convolutiva.

Esistono vari operatori basati sulla derivata prima, che si differenziano per le maschere utilizzate nel calcolo del modulo del gradiente. Indicando i valori dell'immagine sottesi alla maschera con $z_1, z_2, \ldots, z_9$,

z_1	z_2	z_3
z_4	z_5	z_6
z_7	z_8	z_9

questi operatori sono:

- $\nabla f \approx |z_8 - z_5| + |z_6 - z_5|$, il più semplice, che utilizza maschere di dimensione 2×2:[1]

-1	0
1	0

-1	1
0	0

- l'*operatore di Roberts*, $\nabla f \approx |z_9 - z_5| + |z_8 - z_6|$, che considera invece le diagonali:

-1	0
0	1

0	-1
1	0

- l'**operatore di Sobel**,

$$\nabla f \approx \big|(z_7 + 2z_8 + z_9) - (z_1 + 2z_2 + z_3)\big| + \big|(z_3 + 2z_6 + z_9) - (z_1 + 2z_4 + z_7)\big|$$

-1	-2	-1
0	0	0
1	2	1

-1	0	1
-2	0	2
-1	0	1

  che è meno sensibile al rumore, perché:
  - aggrega 3 pixel "successivi" e 3 "precedenti" (con pesi maggiori per i pixel più vicini al centro), quindi ha anche un effetto di media;
  - "salta" la riga/colonna centrale, trascurando quindi il rumore eventualmente presente al suo interno.

2.2 Confronto con il Laplaciano

Rispetto al Laplaciano (definito in base alla derivata seconda), gli operatori di sharpening basati sulla derivata prima:

- tendono a enfatizzare meno il rumore;
- producono bordi più spessi (che possono essere utili: ad esempio, "resistono" meglio a un'eventuale operazione di smoothing);
- sono computazionalmente onerosi, dato che richiedono l'applicazione di due finestre viaggianti (più la somma all'immagine originale).

[1] Siccome queste maschere non hanno un numero di celle dispari, è necessario decidere arbitrariamente quale sia il pixel centrale, in cui porre il risultato dell'operatore (ad esempio, il pixel in alto a sinistra).