Azzolini Riccardo 2019-02-18

# Ripasso sugli insiemi

## 1 Notazioni

$\forall$: per ogni

$\exists$: esiste

$\nexists$: non esiste

$\in$: appartiene

$\notin$: non appartiene

$\exists!$: esiste ed è unico

$\implies$: implica

$\iff$: se e solo se

$\land$: e (AND)

$\lor$: oppure (OR inclusivo)

## 2 Insieme

Un **insieme** è un concetto intuitivo. Si può descrivere come una "collezione di oggetti", che vengono chiamati **elementi** dell'insieme.

Un insieme può essere descritto in vari modi, tra cui:

- elencandone tutti gli elementi (purché ce ne siano un numero finito)

$$A = \{-1, 4, 3\}$$

- elencando solo alcuni elementi, in modo che sia chiaro quali sono gli altri

$$P = \{0, 2, 4, 6, 8, 10, \dots\}$$

- descrivendo le proprietà dei suoi elementi

$$P = \{n \in \mathbb{N} : n = 2m,\, m \in \mathbb{N}\}$$

L'insieme che non contiene elementi è l'**insieme vuoto**: $\varnothing$.

## 3 Sottoinsieme

Un insieme $A$ si dice **sottoinsieme** di un insieme $B$ se

$$\forall x \in A \implies x \in B$$

Ciò si indica con $A \subseteq B$. In questo caso, è ammesso anche che $A = B$. Per specificare, invece, che $A \subseteq B$ e $A \neq B$, cioè che $A$ è un **sottoinsieme proprio** di $B$, si scrive $A \subset B$.

## 4 Unione

Dati due insiemi $A$ e $B$, l'**unione** di $A$ e $B$ è un nuovo insieme

$$A \cup B = \{x : x \in A \vee x \in B\}$$

Come caso particolare, $A \subseteq B \implies A \cup B = B$.

## 5 Intersezione

Dati due insiemi $A$ e $B$, si definisce loro **intersezione** l'insieme

$$A \cap B = \{x : x \in A \wedge x \in B\}$$

Come caso particolare, $A \subseteq B \implies A \cup B = A$.

# 6 Differenza

Siano $A$ e $B$ due insiemi. La loro **differenza** è

$$A \smallsetminus B = \{x : x \in A \wedge x \notin B\}$$

Come caso particolare, $A \subseteq B \implies A \smallsetminus B = \varnothing$.

# 7 Complementare

Sia $M$ un insieme e sia $A$ un sottoinsieme di $M$. Il **complementare** di $A$ rispetto a $M$ è l'insieme

$$A^C = \overline{A} = \mathscr{C}(A) = M \smallsetminus A = \{x : x \in M \wedge x \notin A\}$$

## 7.1 Esempi

- $M = \{\text{poligoni}\}$
  $A = \{\text{triangoli}\}$

  $A^C = \{\text{poligoni con almeno 4 lati}\}$
- $M = \{\text{triangoli, quadrilateri}\}$
  $A = \{\text{triangoli}\}$

  $A^C = \{\text{quadrilateri}\}$

# 8 Prodotto cartesiano

Siano $A$ e $B$ insiemi. Il **prodotto cartesiano** di $A$ e $B$ è l'insieme delle *coppie ordinate*

$$A \times B = \{(a, b) : a \in A, b \in B\}$$

In generale, $(a, b) \neq (b, a)$, e quindi $A \times B \neq B \times A$.

### 8.1 Esempio

$$A = \{1, 2, 3\} \qquad B = \{0, 1\}$$

$$A \times B = \{(1,0), (1,1), (2,0), (2,1), (3,0), (3,1)\}$$
$$B \times A = \{(0,1), (0,2), (0,3), (1,1), (1,2), (1,3)\}$$

## 9 Insiemi numerici

$\mathbb{N}$: numeri **naturali** (incluso lo 0, per comodità)

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \ldots\}$$

$\mathbb{Z}$: numeri **interi** (o *relativi*)

$$\mathbb{Z} = \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \ldots\}$$
$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$$

$\mathbb{Q}$: numeri **razionali**

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{p}{q} : p, q \in \mathbb{Z},\ q \neq 0 \right\}$$
$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$$

La scrittura $\frac{p}{q}$ non è unica (ad esempio, $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$): se si vuole una scrittura unica bisogna imporre che $p$ e $q$ siano *relativamente primi* (cioè che non abbiano fattori comuni).

$\mathbb{R}$: numeri **reali**

Contiene i numeri razionali $\mathbb{Q}$ e i numeri *irrazionali*, cioè quelli che non sono razionali (ne esistono infiniti, tra cui ad esempio $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\pi$, $e$).

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$$