

Insiemi

1 Definizione (informale)

Un **insieme** è una collezione di oggetti (**elementi**).

2 Convenzione lettere

- insiemi indicati con lettere maiuscole
- elementi indicati con lettere minuscole

3 Appartenenza

- x (elemento) appartiene ad A (insieme): $x \in A$
- x non appartiene ad A : $x \notin A$

4 Rappresentazione

notazione estensionale (o per elencazione): si elencano gli elementi (*che devono essere finiti*):

$$A = \{1, 3, 8, 14, 27\}$$

notazione intensionale: si descrive la proprietà che accomuna gli elementi

$$A = \{x \in X \mid P(x)\}$$

$$A = \{x \in X \mid P(x) \text{ è vera}\}$$

$$A = \{x \in X \mid \text{vale } P(x)\}$$

(P è una proprietà qualsiasi)

diagramma di Eulero-Venn: rappresentazione grafica:

- un insieme corrisponde a una regione chiusa di spazio
- i suoi elementi corrispondono a punti nella regione

5 Ordine e ripetizioni

1. Non importa l'ordine in cui sono elencati gli elementi:

$$\{a, b\} = \{b, a\}$$

2. Non contano le ripetizioni degli elementi:

$$\{a, b\} = \{a, a, b\} = \{a, b, b\} = \{b, a, b, a\}$$

Un insieme è caratterizzato dai suoi elementi, cioè due insiemi che hanno gli stessi elementi sono uguali.

6 Insieme vuoto

L'**insieme vuoto** è l'insieme privo di elementi: $\{\} = \emptyset$

7 Singleton

Un **singleton** (o **singoletto**) è un insieme con un solo elemento.

8 Insiemi numerici

\mathbb{N} : numeri naturali, compreso 0 (per convenzione)

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, \dots\}$$

\mathbb{N}^+ : numeri naturali, escluso 0

$$\mathbb{N}^+ = \{1, 2, \dots\}$$

\mathbb{Z} : numeri interi

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$$

\mathbb{Q} : numeri razionali

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{n}{m} \mid n, m \in \mathbb{Z}, m \neq 0 \right\}$$

\mathbb{R} : numeri reali

$$\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \{n.n_1n_2\dots \mid \text{espansione decimale infinita e non periodica}\}$$

9 Inclusione e sottoinsiemi

Un insieme A è **incluso** in un insieme B se tutti gli elementi di A appartengono anche a B . Si dice anche che A è **sottoinsieme** di B .

Notazione:

- A è incluso in B : $A \subseteq B$
- A non è incluso in B : $A \not\subseteq B$

9.1 Sottoinsiemi propri e impropri

Dato un insieme A :

- \emptyset e A sono suoi **sottoinsiemi impropri**
- tutti gli altri suoi sottoinsiemi sono **sottoinsiemi propri**

9.2 Differenza tra appartenenza e inclusione

Esempio:

$$A = \{1, 3, a, b, 10\}$$

$$a \in A$$

$$3 \in A$$

$$1 \in A$$

$$\{1, a\} \subseteq A$$

$$\{3\} \subseteq A$$

10 Cardinalità

La **cardinalità** (o **ordine**) $|A|$ di un insieme finito A è il numero dei suoi elementi.

10.1 Osservazioni

- la cardinalità dell'insieme vuoto è 0: $|\emptyset| = 0$
- la cardinalità di un singleton è 1: $|\{a\}| = 1$
- se X e Y sono insiemi finiti e $X \subseteq Y$, allora $|X| \leq |Y|$ (*ma il contrario non vale in generale*)