

Preliminari

1 Alfabeti e stringhe

Un **alfabeto** Σ è un *insieme finito e non vuoto di simboli*.

Una **stringa** (o **parola**) su Σ è una qualunque *sequenza finita di simboli di Σ* . In particolare, è una stringa anche la sequenza vuota, composta da zero simboli di Σ , che prende il nome di **stringa vuota** e viene indicata con ϵ .

Per convenzione, si indicheranno

- i simboli di Σ con le lettere latine minuscole della parte iniziale dell'alfabeto, eventualmente indicate:

$$a, b, c, \dots, a_0, a_1, \dots, a_n, \dots$$

- le stringhe su Σ con le lettere latine minuscole della parte finale dell'alfabeto, oppure con le lettere greche minuscole, eventualmente indicate:

$$u, v, w, x, y, z, \alpha, \beta, \gamma, \delta, \dots, \alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_n, \dots$$

Se $a_1, \dots, a_n \in \Sigma$ (con $n \geq 0$), si scrive

$$w = a_1 \dots a_n$$

per indicare la stringa costituita da n simboli di Σ che ha a_i come i -esimo simbolo della sequenza (per $i = 1, \dots, n$). Come caso particolare, se $n = 0$ si ha $w = \epsilon$.

Data una stringa w , si indica con $|w|$ la sua **lunghezza**, definita come il numero di occorrenze di simboli di Σ in w . La lunghezza della stringa vuota è 0: $|\epsilon| = 0$.

1.1 Esempi di stringhe

Sia $\Sigma = 0, 1$. I seguenti sono alcuni esempi di stringhe su Σ , con le rispettive lunghezze:

w	$ w $
ϵ	0
0	1
1	1
00	2
11	2
01	2
10	2
010011	6

2 Concatenazione di stringhe

Date due stringhe α e β su Σ , la **concatenazione** di α con β , indicata con $\alpha\beta$, è la stringa costituita dai simboli di α seguiti dai simboli di β .

Si osserva che ϵ è l'**elemento neutro** dell'operazione di concatenazione: per ogni stringa α , $\epsilon\alpha = \alpha\epsilon = \alpha$.

3 Prefissi e postfissi

Siano α e β due stringhe su Σ .

- β è un **prefisso** di α se esiste una stringa γ tale che $\alpha = \beta\gamma$.
- β è un **postfisso** di α se esiste una stringa γ tale che $\alpha = \gamma\beta$.

Si osserva che la stringa vuota, essendo l'elemento neutro della concatenazione,

$$\alpha\epsilon = \epsilon\alpha = \alpha$$

è sia un prefisso sia un postfisso di α .

4 Insiemi di stringhe

- La **potenza k -esima** dell'alfabeto Σ (con $k \geq 0$), indicata con Σ^k , è l'insieme delle stringhe di lunghezza k su Σ :

$$\Sigma^k = \{w \mid w \text{ è una stringa su } \Sigma \text{ e } |w| = k\}$$

- L'**insieme di tutte le stringhe** su Σ , indicato con Σ^* (che si legge "sigma star"), è definito come:

$$\Sigma^* = \bigcup_{k \geq 0} \Sigma^k$$

- L'insieme di tutte le stringhe non vuote su Σ , indicato con Σ^+ (che si legge “sigma più”), è:

$$\Sigma^+ = \bigcup_{k \geq 1} \Sigma^k = \{w \in \Sigma^* \mid |w| > 0\}$$

Si osserva dunque che $\Sigma^* = \Sigma^+ \cup \{\epsilon\}$.

- Un **linguaggio** sull'alfabeto Σ è un qualunque insieme di stringhe su Σ , cioè un qualunque insieme $L \subseteq \Sigma^*$.